"Quaderni di Ricerca in Didattica (Mathematics)", 2010
G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy)

Une passion pour les mathématiques : Stage de mathématiques dans diverses écoles

Gemma Gallino[1] et Flavia Piazza[2]
1: responsabile pour le Stage Mathesis
2: enseignant de L.S. "G.Ferrarsi"- Torino

gemmagallino@hotmail.com, flavia_piazza@yahoo.it

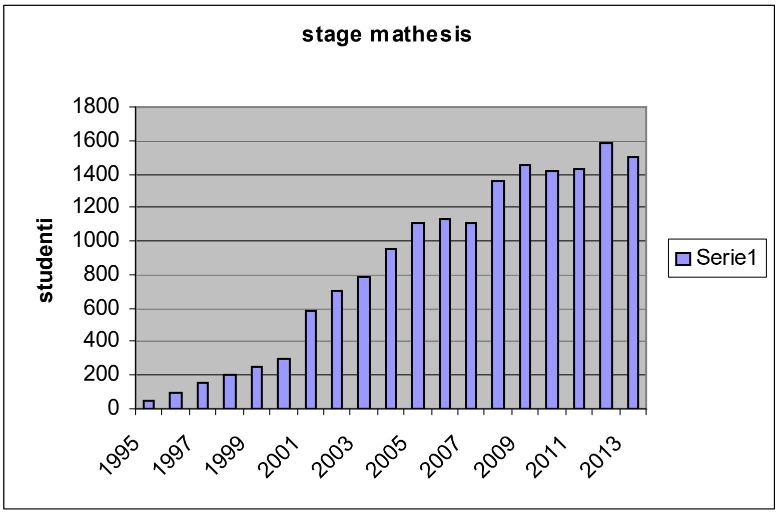
Abstract. The abstract text should be formatted using 10 point Times (or Times Roman, or Times New Roman) and indented by about 25 mm from the left margin. Leave about 10 mm space after the abstract before you begin the main text of your article. The abstract follows the addresses.

1. Introduction et origine du dispositif

Les expériences éducatives proposées sont utilisées au cours du Stage de mathématiques: trois jours de travail intensif de mathématiques avec les élèves de quatre premières classes de lycée qui se déroulent loin de la salle de classe, dans une station de montagne et est destiné à améliorer et à favoriser l'excellence en mathématiques, en travaillant dans un laboratoire, inspiré par l'enseignement proposé par Emma Castelnuovo.

L'initiative est née en 1995 d'une initiative appartenant au groupe d'enseignants du lycée Galilée Ferraris coordonnés par la prof. G. Gallino. Étant donné le succès, l'initiative a été étendue à d'autres écoles.

anno	scuole	docenti	studenti
1995	1	4	47
1996	1	8	100
1997	1	12	150
1998	5	13	200
1999	6	17	250
2000	7	20	300
2001	12	41	585
2002	16	72	707
2003	18	73	781
2004	22	65	948
2005	23	69	1111
2006	24	73	1136
2007	26	78	1107
2008	31	98	1355
2009	32	104	1457
2010	34	108	1421
2011	35	111	1430
2012	42	127	1585
2013	40	120	1500



Pour donner une idée plus précise de l'ampleur de cet initiative, il est important de se rappeler que la dernière édition a réuni 1600 étudiants de 40 écoles différentes, suivies par 120 professeurs de l'école secondaire, six enseignants de l'Université de Turin(Département de Mathématiques) et par 8 étudiants en mathématiques.

2. La philosophie du dispositif

Le Stage de Mathématiques est caractérisée par:

2.1. L'environnement naturel dans lequel les élèves opéreront: en effet, les élèves travailleront la plupart du temps dans des espaces ouverts et à l'occasion ils auront simplement les informations nécessaires pour passer aux cribles ce qui leur est proposé à travers d'expériences concrètes

2.2. L'interaction productive entre les différentes énergies: l'Université avec certains de ses professeurs et étudiants, les enseignants et les étudiants de l'école secondaire, tour à tour avec un rôle principal pour illustrer en détail les concepts plus complexes ou pour animer des jeux mathématiques, ou même pour présenter d'une manière inhabituelle des questions relatives à différents sujets.

2.3. L'esprit de collaboration d'un grand groupe d'enseignants qui partagent leurs idées, qui préparent en détail les différentes activités pour les étudiants.

2.4. Dans le travail des enseignants, souvent l'expérience de ceux qui ont de nombreuses années d'enseignement est aux côtés de l'effervescence, de la fantaisie, de nouvelles capacités des jeunes enseignants; et de cette union sont nées les meilleures idées

2.5. Les contenus inhabituels: des mathématiques qui ont des racines historiques, mais qui font comprendre des applications ou des questions d'actualité.

2.6. Modes d'étude: Les élèves, répartis en groupes de 6, travaillent sur des chemins différents selon leur appartenance à telle ou telle classe. Ils accomplissent une recherche personnelle de sens sur une piste à peine esquissé par un dossier préparé par les enseignants et renouvelé chaque année.

2.7. Soutenir la motivation donnée par les matières concrètes pour manipuler et utiliser, parfois, juste une excuse pour jouer, mais à d'autres moments pour une vision plus efficace et convaincante.

En outre, chaque jour, il y a des problèmes et des jeux mathématiques d'une certaine difficulté, afin d'encourager les élèves à présenter réglages et stratégies de solution spéciales et originales dans une atmosphère de compétition ludique.

À la fin des travaux, nous proposons une "chasse au trésor" sur les questions abordées dans le double but de vérifier les activités d'une façon amusante et de conclure avec une cérémonie en soulignant tous ceux qui se sont distingués dans les différentes phases de la scène.

Il nous semble que les mots utilisés par les élèves pour définir le Stage peuvent se résumer ainsi :

Le Stage signifie:

découverte, culture, ouverture d'esprit, coopération, plaisir, étude, jeu, connaissances, curiosité, le partage des mathématiques avec des amis.

3. La realisation dans les classes

Le parcours de la première classe intitulé «Eureka», décrit la naissance et le développement d'applications, pour certaines notions mathématiques telles que l'écriture des nombres en base 2, les codes correcteurs d'erreurs, la naissance des nombres rationnels, les nombres figurés, l'application algébrique pour trouver des formules simples dans des milieux complexes.

Le chemin de la deuxième classe, intitulé «Un voyage dans l'infini» couvre quelques-unes des questions liées à l'infini: la somme des séries arithmétiques, le paradoxe d'Achille et de la tortue, de périodiques, l'art infini avec les dessins d'Escher, les nombres irrationnels ($\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, …) le nombre d'or (φ), les fractales.

Le chemin de troisième classe intitulé « Comprendre et construire – On se parle mais on ne se comprend pas » porte sur deux questions: les solides de Platon et d'Archimède, leurs propriétés, la formule d'Euler, le code et le cryptage par transposition(ou méthodes de chiffrement par transposition), la cryptographie à clé publique.

Le chemin de la classe quatrième intitulé «Journey into the world of geometry: Problems of minimal surfaces and soap bubbles» introduit les géométries non-euclidiennes et travaille sur certaines propriétés des films de savon.

4. Piste du laboratoire que l'on propose

4.1. Cette activité se réfère à l'enseignement illustré par Peter Rozsa dans le livre "Jouer avec l'infini"; nous distribuons des barres chocolatées pour simuler la situation problématique. L'enveloppe du chocolat est ensuite analysée pour déterminer la relation entre les côtés. À ce stade, car le format est approprié, l'enveloppe est utilisée pour construire, avec la technique de l'origami, un tétraèdre. Les élèves analysent ensuite le format de papier approprié pour la construction du tétraèdre et comment il peut être obtenu à partir d'un papier de format A4. En regardant les plis faits on peut construire une démonstration quant à l'exactitude de la valeur trouvée. Avec la collaboration de tous, les tétraèdres peuvent suffire à bâtir une fractale de Sierpinsky.

Activité 1ère partie:

Nous sommes dix enfants et nous voulons acheter des barres chocolatées.

Le magasin a une offre spéciale: chaque fois que nous apportons 10 "enveloppes du chocolat", on reçoit une barre chocolatée gratis.

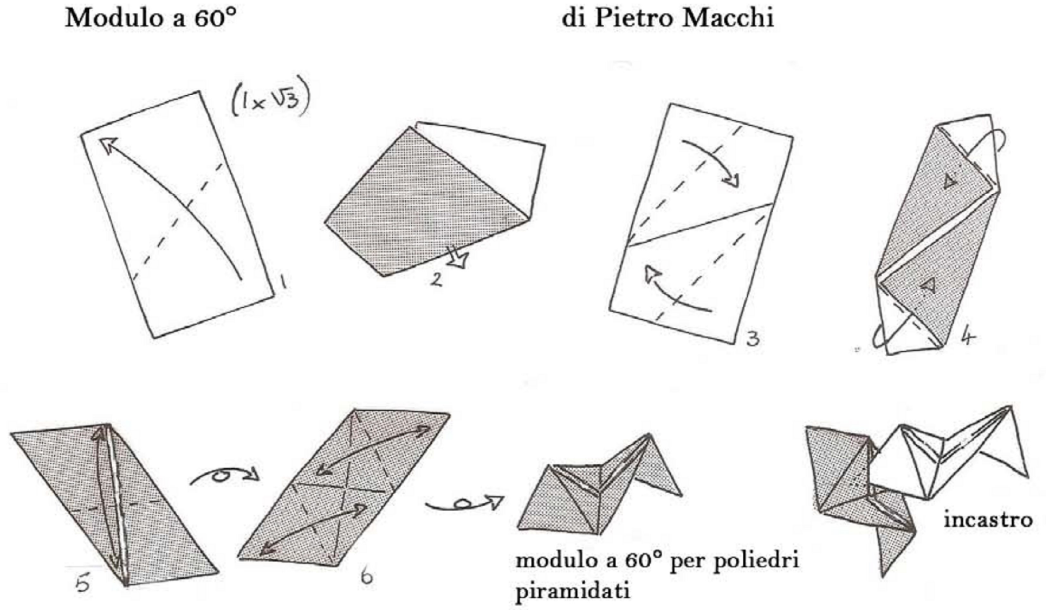
QUESTION: Une barre chocolatée vaut combien? Avec son emballage on peut acheter un morceau d'une autre barre: Combien ça?

Activité 2ème partie:

On utilise le chocolat Kinder.
L'emballage de cette barre a un format particulier et ce type de papier nous permet de construire un tétraèdre, parce que le rapport de ses côtés est $1 : \sqrt{3}$.

On construit le tétraèdre **Fig1**:

Fig.1 (activité 2ème partie)



Activité 3ème partie:

Comment obtenir un rectangle ressemblant le papier Kinder:
On construit premièrement un triangle équilatéral.[1]

- On prend une feuille de papier A6 et on tient en bas le côté court.
- On appelle A et B les deux longueurs.
- On plie la feuille de papier sur la longueur, on l'ouvre et on le tient ouvert devant nous. Le pli obtenu c'est la médiatrice du segment AB.
- On plie de façon que la longueur B touche la ligne médiane, et de façon à ce que le pli passe par le coin inférieur gauche A.
- On redeplie et on appelle C le point que le pli signe sur la longueur B.

  On a maintenant obtenu le triangle ABC.

On continue la construction afin d'arriver au triangle équilatéral :

- ramenez le coin B sur la médiatrice.
- observez le côté plus court du triangle et imaginez son prolongement vers la gauche
- pliez le papier sur ce prolongement ;
- pliez le petit part du papier à votre gauche et voilà le triangle équilatéral.

Comment peut-on vérifier s'il est vraiment équilatéral?

Combien de triangles on peut approcher a une longueur? ……….. Qu'est-ce qu'on comprend ? ….

[1] Tratto da : A. Beutelspacher, M. Wagner, "*Piega e spiega la matematica. Laboratorio di giochi matematici*." Milano, Salani 2009

Et pourquoi on a obtenu un triangle équilatéral en pliant le papier de cette façon? ……

- Ouvrez de nouveau le papier et observez le triangle ABC.
- Prenez une autre feuille de papier et construisez le rectangle avec AB et BC comme côtés et découpez-le.
- Pouvez-vous comprendre quel est relation entre les longueurs des côtés dans un triangle rectangle? ……
- Si le côté BC vaut 1, AC=……, AB=…….?

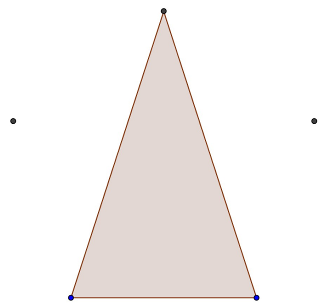
4.2. Après la construction de tétraèdres et octaèdres avec des bords de taille égale, les élèves apprennent les relations entre leurs volumes en même temps que nous orientons des nouvelles recherches à l'aide d'une expérience décrite par Emma Castelnuovo dans le livre "La Matematica nela realtà» ed. Boringhieri

Activité

1. On prend un segment et on construit sur celui-ci un carré.
   Redouble le segment, et sur ce nouveau segment on va construire le carré.
   Quelle est la relation entre les surfaces des deux carrés? …………………
2. On prend un segment et on construit sur celui-ci un cube.
   Redouble le segment, et sur ce nouveau segment on construit un cube.
   Quelle est la relation entre les volumes des deux cubes? ………………….
3. Comment on calcule le volume d'un tétraèdre ? ………………….
4. Quel est la relation entre le volume d'un tétraèdre et celui d'un octaèdre avec la même arête ? ………………….

4.3. Après l'activité avec le rectangle d'or, on continue avec le triangle d'or inspirée aux triangles de Penrose.

Extrait de Wikipedia: " Un triangle d'or est un triangle isocèle d'angles 72°, 72° et 36°.
Le rapport du grand côté sur le petit est égal au nombre d'or, φ:1 (*1,618:1*)."



On a un triangle d'or, poursuivez les indications.

- Pliez la bissectrice d'un angle à la base ;
- Redeplie.

Observez maintenant le résultat:

- Vous avez deux triangles, un avec des angles à la base de …. ……… et un angle à côté de.……, et il est en conséquence un triangle …
- L'autre triangle a des angles à la base de …….. et un angle à côté de ……….. et il est en conséquence un triangle ……………………………..,
- Maintenant pliez de nouveau sur la longueur de la bissectrice d'avance et tracez le segment où la partie superposé se termine.
- Redeplie.

Maintenant les triangles d'or sont ……… , et nous avons encore un triangle angle obtus avec les angles à la base …… et l'angle au sommet de …….

Pliez encore sur la longueur la bissectrice du début. La partie de papier superposé est un triangle d'or.
Travaillons sur les triangles d'or:

- On doit plier le papier superposé, le long de la bissectrice d'un angle à la base, c'est-à-dire d'un angle de 72°.
- Redépliez et tracez les segments sur le pli.

Observez: les triangles d'or sont ……….. et on a même …………. triangles isocèles obtusangle.

Notre procédé comporte deux phases d'une typologie diverse:

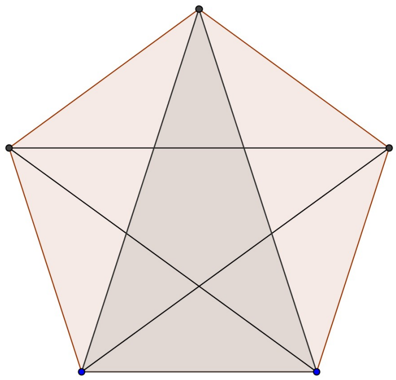
- Triangle d'or type aigu(A): on travaille sur tous les triangles d'or.
  Pour chaque triangle d'or, on plie le papier vers une bissectrice d'un angle à la base, en obtenant deux angles de 36°.
- Triangle d'or type obtus(O): on travaille sur tous les triangles d'or obtus.
  Pour chaque triangle d'or obtus, si on divise le papier par le pliage d'un angle au coin de 108°, on obtient un angle de 72° et un de 36° .

On peut répéter le processus … jusqu'à l'infini.

Pour chaque phase de cette typologie diverse, comptez combien des triangles d'or aigus et combien des triangles d'or obtus il y a. Distribuez les résultats dans le tableau.

phase	Triangles d'or aigus	Triangles d'or obtus	Observations
1	1	0	À partir de la phase 3. Avec chaque étape, qu'est-ce que vous rappelle les couples des nombres sur les triangles d'or aigus et les triangles d'or obtus ? ……………………………………………
2 (type A)	1	1	
3 (type B)	2	1	
4 (type A)	2	3	
5 (type B)	5	3	
6 (type A)	5	8	
7 (type B)	13	8	
8 (type A)	13	21	
9 (type B)			

On trouve le triangle d'or même dans le ***pentagone***.



En effet on a un triangle d'or dont ses côtés obliques correspondent aux diagonales de la base vers la largeur; le reste de la figure vient complétée d'autres deux triangles, ceux-ci toujours isocèles et de *proportions d'or* mais renversées des côtés, appelées aussi *gnomons*.

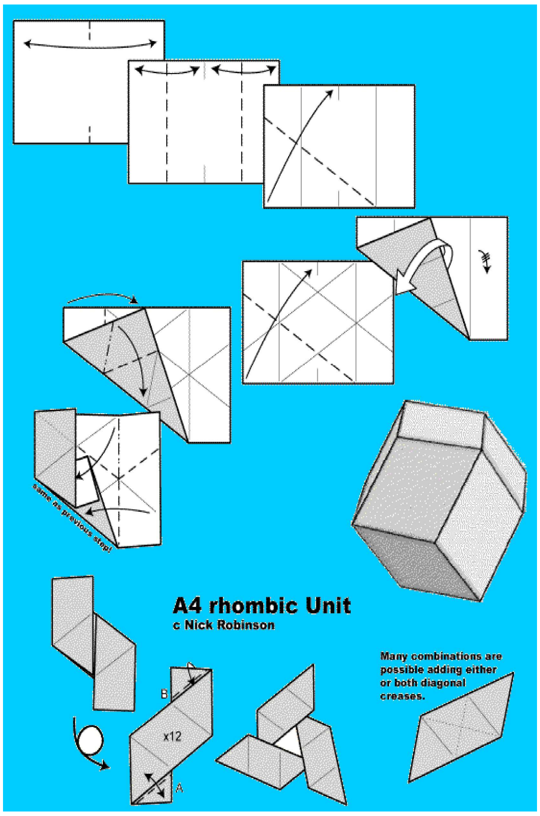
Il n'est pas facile dessiner un pentagone à la règle et au compas: c'est plus facile d'en obtenir un avec la technique d'origami:

- On fait un nœud avec la bande de papier calque ;
- on aplatit ce nœud en marquant les plis
- observer à contre-jour.

Le pentagone était le symbole des Pythagoriciens, et ça nous amène néanmoins à notre thème: l'infini.

Dessinez un pentagone.
tracez les diagonales, un autre pentagone sera issu à l'intérieur,
colorez le contour et tracez les diagonales, colorez le contour et tracez les diagonales,
colorez le contour et ……..

4.4. Parmi les solides particuliers est analysé le rhombododécaèdre, nous le comparons à la forme des cellules d'abeilles en utilisant également des bulles de savon.



Une Solide Spéciale

Suivez les instructions et construisez 12 losanges et puis assemblez-les.

Observez un losange:

- Avec 12 losanges vous avez construit un ……………
- Pourquoi ce nom?.............
- Combien de faces a-t-il? ……..........
- Est-il un solide régulier? …. Pourquoi?...........
- Qu’est-ce que se passe dans ses sommets?........

Avec des bâtons indiquez les angles solides.

- Qu’est-ce que vous observez? ……

Le rhombododécaèdre est un solide avec …… faces égales qui sont des losanges, mais des losanges un peu plus particuliers. Si la petite diagonale vaut 1, la grande diagonale vaut ………….. et même les côtés vous pouvez les calculer tout seuls: …………

arêtes rhombododécaèdre = ……..

Quel format sont les feuilles de papier utilisé par vous pour construire les losanges ? ………..

Bibliographie :

Eli Maor – *All’infinito e oltre* – Mursia;

Rozsa Peter – *Giocando con l’Infinito* – Bur saggi;

André Deledicq, Francio Casiro – *Apprivoiser l’Infini* – ACL-Edition;

A. Beutelspacher, M. Wagner, “*Piega e spiega la matematica. Laboratorio di giochi matematici*.” Milano, Salani 2009

Emma Castelnuovo - *La Matematica nella realtà* - ed. Boringhieri

http://www.mathcurve.com/polyedres/polyedres.shtml

http://picresp.free.fr/Maths/pavagespicre/avirem/penrose/evoltria.htm